

Würde man eine Billion Euro in 5-Euro-Scheinen in der Commerzbank-Arena stapeln, reichte das Geld bis zu den höchsten Sitzplätzen.

# Wie viel ist eine Billion?

## An den Grenzen der Vorstellungskraft zum quantitativen Zahlenverständnis

von **Matthias Ludwig**

Eine Billion ist mathematisch leicht darstellbar. Es ist eine Eins mit 12 Nullen: 1 000 000 000 000, mathematisch kurz und prägnant als  $10^{12}$  geschrieben. Aber darstellbar heißt nicht unbedingt vorstellbar. Versuchen wir, diese Anzahlen zu veranschaulichen, entstehen teilweise surreale, aber einprägsame Bilder.

Wie schwer es ist, große Mengen zu schätzen, belegen jedes Wochenende Berichte über Teilnehmerzahlen an Kundengebungen, Umzügen oder Demonstrationen. In der Regel geben die Ordnungskräfte eine viel geringere Teilnehmerzahl an als die Organisatoren der Veranstaltung. Das liegt daran, dass wir unstrukturierte Anzahlen von Menschen oder Gegenständen nur dann auf einen Blick erfassen können, wenn es weniger sind als sechs. Zahlen wie 10, 20, 25 oder 100, eventuell noch 1000, kann man sich gut als strukturierte Menge vorstellen. So

versucht man in der Grundschule, mit einem 20er-Rahmen Zahldarstellungen und Zahlzerlegungen bis 20 zu verinnerlichen. Mit einem Fünf-mal-Fünf-Punktfeld lässt sich die 25 darstellen, und mit dem vierfachen fünf mal fünf Punktfeld die 100. ■ So hat man für die Zahlen im Hunderterraum auch wirklich Mengen- und Zahlvorstellungen.

Bei der 1000 (Eintausend) wird das schon schwieriger. Man kann zwar 10 Hunderterfelder nebeneinanderlegen oder 10 zu einem Tausender-Buch zusammenheften. Aber es sind schon mehr Hilfsmit-

tel erforderlich, um sich die 1000 vorstellen zu können. Ein Grund dafür mag sein, dass 1000 keine Quadratzahl ist. Es sei noch einmal darauf hingewiesen, dass es hier nicht um die Zahldarstellung geht, sondern um eine Mengenvorstellung, sozusagen die innere Verbildlichung der Kardinalzahl.

### Zeit, Geld, Länge – Bezugsgrößen aus dem täglichen Leben

Eine Billion, das sind tausend Milliarden oder eine Million Millionen. Immerhin eine Quadratzahl. Um sich eine Zahl dieser Größenordnung vorstellen zu können, oder um überhaupt eine Idee zu haben, wie viel das ist, muss man sich diese Zahl als eine Größe vorstellen. Dieses Vorstellen funktioniert nur, wenn man Bezugsgrößen wählt, mit denen man tagtäglich umgeht. Für den Nor-

malbürger sind das die Zeit, Geld, Gewicht und Längen, aber auch Volumen oder Flächen eignen sich.

Wie lange sind eine Billion Sekunden? Jeder Tag hat  $60 \text{ s} \times 60 \times 24 = 86\,400 \text{ s}$ , somit entspricht die Zeitspanne von einer Billion Sekunden ziemlich genau 11 574 074 Tagen oder 31 710 Jahren. Eine lange Zeit, fast drei Mal länger, als das Holozän alt ist. Ich würde sagen nicht vorstellbar, also unbrauchbar.

Versuchen wir es mit der Darstellung als Quadratzahl. Wenn wir als Einheit den Quadratmillimeter nehmen, so befinden sich auf einer Fläche von einem Quadratkilometer genau eine Billion Quadratmillimeter. Uns zugänglicher als Einheit ist der Quadratmeter. Um eine Billion davon zu bekommen, benötigen wir ein Quadrat mit einer Seitenlänge von 1000 Kilometern. Dies ergibt eine Fläche von einer Million Quadratkilometern. Das ist ziemlich viel, nämlich drei Mal so groß wie Deutschland oder in etwa so viel wie die Fläche von Spanien und Frankreich zusammen.

**Die Hälfte der deutschen Staatsverschuldung**

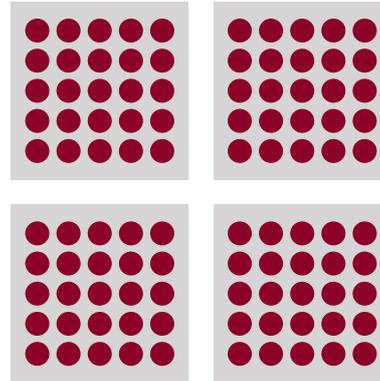
Verwenden wir als Bezugsgröße Geld. Mit Geld lernen die Kinder das Rechnen, das Bündeln, das Eintauschen und somit auch das Stellenwertsystem kennen. Interessanterweise haben Kinder selbst in einem Alter von zehn Jahren kaum Vorstellungen von Geld als Größe. Sie könnten also nicht einmal ungefähr sagen, was ein Fahrrad, ein Fußball, ein Auto oder ein Restaurantbesuch kosten. Einem Erwachsenen dürfte es schwerfallen, sich eine Billion Euro vorzustellen, auch wenn man ihm sagt, dass es sich ungefähr um die Hälfte der deutschen Staatsverschuldung von derzeit etwas über 2000 Milliarden handelt. Rechnen wir den Betrag auf die Zahl der deutschen Bürger um, kommen wir bei derzeit 82 Millionen Bundesbürgern auf gute 24 400 Euro Schulden pro Kopf. Bei einer vierköpfigen Familie sind das schon knapp 100 000 Euro. Da wir uns nur die Hälfte, also eine Billion, vorstellen müssen, sinkt die Familienlast auf 50 000 Euro. Also gut 12 500 Euro für jeden. Bei einem Mindestlohn von 9,50 Euro und ohne Lohnsteuer und Sozialabgaben müsste man dafür 33 Wochen à 40 Stun-

den arbeiten, also knapp zwei Drittel des Jahres. Aber was die Vorstellung unserer Billion Euro betrifft, kommen wir so nicht weiter, denn wir sehen ja nur einen Teil davon.

Dennoch bieten Geld- und Sachwerte eine gute Orientierungsmöglichkeit. Was kostet ein gut ausgestatteter Golf, das Lieblingsauto der Deutschen? Derzeit um die 20 000 Euro. Eine Billion Euro entsprächen damit 50 Millionen Golfs. Derzeit sind in Deutschland 51,7 Millionen PKWs zugelassen. Würde man also alle in Deutschland zugelassenen Autos durch einen neuen Golf ersetzen, müsste man dafür ungefähr eine Billion ausgeben. Eine Vorstellung von der Menge der Fahrzeuge erhält man, wenn man sie sich Stoßstange an Stoßstange geparkt vorstellt. Die Parkschlange würde sich mehr als sechs Mal um die Erde winden.

**Frankfurt unter einem Teppich von 50-Euro-Scheinen**

Lösen wir uns von den Sachwerten und versuchen wir uns einmal das Geld in Scheinen vorzustellen. Der häufigste Schein, der sich im Umlauf befindet, ist der 50-Euro-Schein. Das wären dann 20 Milliarden Scheine. Legt man diese 20 Milliarden Scheine alle der Länge nach hintereinander, so kann man das entstandene Band 70 Mal um die Erde wickeln. Oder



■ Vier 25er-Punktefelder ergeben das 100er-Punktefeld.

eventuell vorstellbarer ausgedrückt: Wir können dieses Band knapp vier Mal zum Mond und zurückspannen.

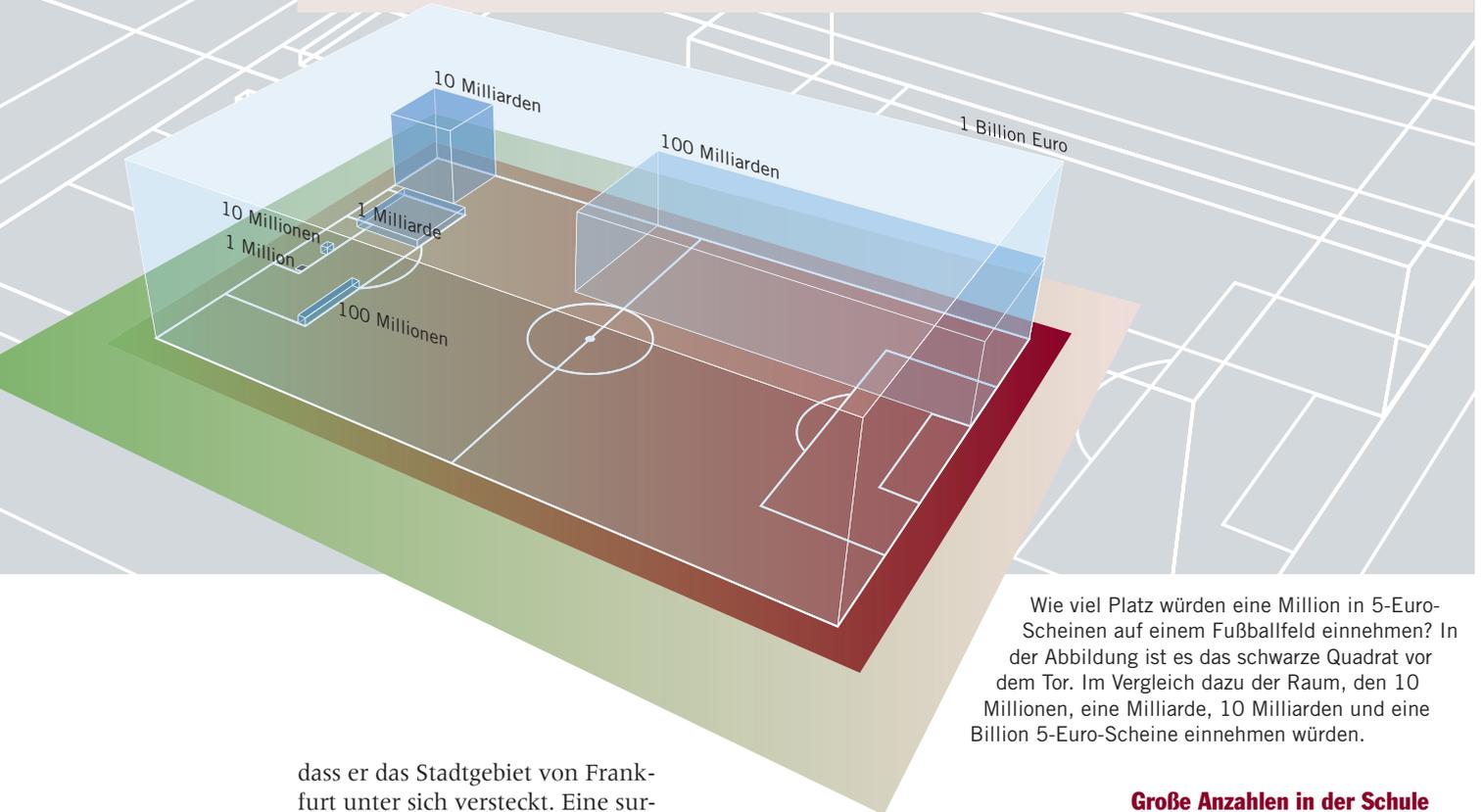
Oder vielleicht besser: Unser gesamtes Autobahnnetz hat eine Länge von mehr als 13 000 Kilometern. Gehen wir davon aus, dass es durchschnittlich dreispurig ausgebaut ist, könnten wir die Autobahn mitsamt den Standstreifen und Leitplanken mit 50-Euro-Scheinen bekleben und hätten noch genug Scheine übrig für Österreich und die Schweiz.

Wer solch astronomische Längenvergleiche nicht mag: hier ein Flächenbeispiel. Wir legen diese 20 Milliarden 50-Euro-Scheine nebeneinander zu einem großen Teppich. Dieser Teppich ist so groß,

Ein Meer voller Geld würde man vom Ausguck eines Schiffes sehen, wenn man eine Billion in 10-Euro-Scheinen nebeneinander auf dem Wasser verteilte. Der Geldteppich würde bis zum Horizont reichen.



## Geld im Wandel



Wie viel Platz würden eine Million in 5-Euro-Scheinen auf einem Fußballfeld einnehmen? In der Abbildung ist es das schwarze Quadrat vor dem Tor. Im Vergleich dazu der Raum, den 10 Millionen, eine Milliarde, 10 Milliarden und eine Billion 5-Euro-Scheine einnehmen würden.

dass er das Stadtgebiet von Frankfurt unter sich versteckt. Eine surreale Vorstellung. Tauschen wir die 50-Euro-Scheine jetzt in 10-Euro-Scheine um. Stellen Sie sich vor: Sie sind auf einem Schiff auf hoher See und sitzen in einem Ausguck von mehr als 20 Metern Höhe über dem Meeresspiegel. Dann können Sie rundherum genauso weit sehen, wie der Teppich aus 10-Euro-Scheinen reichen würde. Das wäre ein Geldmeer von einer Billion Euro.

### Die Commerzbank-Arena voller Geld

Um eine Billion an 10-Euro-Geldscheinen zu transportieren, braucht man 1630 Sattelzüge. Parkt man diese hintereinander, erhält man eine Strecke von über 32 Kilometern. Aber so eine Staulänge ist man in den Sommermonaten durchaus gewohnt. Packen wir das Geld wieder aus und stapeln die Geldscheine in die Frankfurter Commerzbank-Arena. Wir bedecken die Spielfläche von 105 mal 68 Metern mit Scheinen. Würden wir das mit 10-Euro-Scheinen tun, hätten wir eine Stapelhöhe von 16,68 Metern erreicht. Benötigen wir eine Sekunde, um ein Bündel aus 100 Scheinen (das sind 1000 Euro) zu legen, und es helfen 150 Personen bei dieser Aktion, dann benötigt man ziemlich genau zehn Jahre, um diese Geldmenge zu stapeln – aber nur, wenn man jeden Tag rund um die Uhr arbeiten würde. Noch eindrucksvoller

wird es, wenn man die 10-Euro-Scheine in 5-Euro-Scheine umtauscht. Dann dauert es 20 Jahre und man erhält eine Stapelhöhe von mehr als 30 Metern. Der höchste Sitzplatz in der Commerzbank-Arena liegt übrigens bei 32 Metern über dem Spielfeld. Das Stadion wäre also komplett bis oben hin mit 5-Euro-Scheinen gefüllt. Das ist doch eine schöne Vorstellung für Eintracht-Fans.

### Große Anzahlen in der Schule

Die Schulmathematik liefert alle Werkzeuge, damit Kinder sich ein Bild von großen Anzahlen machen können. All diese Ideen und Vergleiche beruhen auf dem einfachen mathematischen Modell der Proportionalität beziehungsweise der Dreisatzrechnung. Unsere Kinder lernen diese Rechenverfahren und Methoden in der sechsten und siebten Klasse und lösen auch Übungsaufgaben dazu. Sie würden aber niemals auf die Idee kommen, diese Mathematik modellbildend einzusetzen, um sich eine Vorstellung von großen Anzahlen im täglichen Leben zu machen. Dazu fehlt ihnen noch die Lebenserfahrung, das Weltwissen. Die Kontexte, in denen sie in der Schule Mathematik lernen, sind sehr isoliert und konstruiert. Um etwas Neues zu erlernen, ist das auch gut so.

Große Zahlen und Anzahlen machen auch Erwachsenen Probleme, vor allem dann, wenn sie außerhalb unserer Erfahrungswelt liegen. Mathematik kann hier helfen, rational zu bleiben – auch im positiven Sinne. Etwa in Bezug auf unsere Staatsschulden. Denn den zwei Billionen Schulden steht ein enormes Staatsvermögen gegenüber, so dass die gegenseitige Aufrechnung ziemlich glatt auf Null herauskommt; die Vermögen der privaten Haushalte gar nicht eingerechnet. So betrachtet sind die zwei Billionen wieder wenig. ♦

## Der Autor



**Prof. Dr. Matthias Ludwig**, 45, ist seit 2011 Professor für Didaktik der Mathematik an der Goethe-Universität. Seine Forschungsinteressen reichen

vom mathematischen Modellieren über den Einsatz neuer Medien im Mathematikunterricht bis zur Raumgeometrie. Er erforscht außerdem, wie man Kinder in Geometrie fördern kann. An großen (und kleinen) Zahlen reizt Ludwig, den kognitiven Konflikt, der sich beim Vorstellen einstellt, durch besondere Vergleiche und Bilder zu lösen.

[ludwig@math.uni-frankfurt.de](mailto:ludwig@math.uni-frankfurt.de)  
[www.math.uni-frankfurt.de/~ludwig/](http://www.math.uni-frankfurt.de/~ludwig/)

Schritt für Schritt  
Vermögen aufbauen.



Die Deutsche Vermögensberatung fördert Forschung und Lehre am Finanzplatz Frankfurt und gehört zu den Gründungsmitgliedern der House of Finance-Stiftung. Wenn es um den Aufbau und die Absicherung auch

Ihres Vermögens geht, stehen Ihnen die Vermögensberater der Deutschen Vermögensberater als verlässliche Partner zur Seite.



**Deutsche  
Vermögensberatung**  
Vermögensaufbau für jeden!

Informationen unter:  
**www.dvag.com** oder kostenlos **0800 3824 000**